

La progettazione a ritroso di un percorso didattico di Geometria. Un esempio nel contesto della formazione insegnanti del settore primario

**Gemma Carotenuto
Mario Castoldi
Silvia Sbaragli**

Abstract – *This article presents the teaching design work carried out within a course in Geometry and Geometric Teaching, which is part of a university course for the formation of primary school teachers. The aim is to show the possible advantages of the “backward design”, through a practical example accompanied by the critical reflections of the course teacher. This design reverses the traditional scheme, in which the teacher starts by programming the teaching activities, leaving the planning of the evaluation to the end. The backward design requires, first of all, a reflection on the competence to be developed, which is identified and analyzed according to the prevailing situation, and then goes on to determine the most appropriate ways of evaluation. Only after these steps, does it proceed to planning the teaching activities. Therefore, backward design ensures a strong coherence between desired learning outcomes, students’ basic performances and teaching activities. In this work, we will describe the choices made during each design phase, which enabled the implementation of a flipped classroom teaching sequence aimed at the development of the following competence: ability to explain basic geometric concepts relating to plane figures, using several semiotic representation registers.*

Riassunto – *Nell’articolo viene presentato il lavoro di design didattico effettuato all’interno di un corso di geometria e didattica della geometria, facente parte di una formazione universitaria rivolta a futuri insegnanti di scuola primaria, allo scopo di mostrare attraverso un esempio, corredato dalle riflessioni critiche della docente del corso, i possibili vantaggi della progettazione a ritroso. Tale progettazione si basa su un ribaltamento dello schema progettuale tradizionale, che vede il docente partire dalla programmazione degli interventi didattici per lasciare la strutturazione della valutazione come atto finale. La progettazione a ritroso prevede innanzitutto una riflessione sulla competenza che si intende sviluppare, che va individuata e analizzata attraverso l’identificazione delle dimensioni prevalenti che concorrono alla sua manifestazione, per poi passare a determinare le più opportune azioni di valutazione; solo dopo questi passaggi si procede alla pianificazione delle attività didattiche. La progettazione a ritroso garantisce perciò una profonda coerenza tra i risultati di apprendimento desiderati, le prestazioni fondamentali degli studenti e gli interventi didattici che si mettono in atto. Nel lavoro si descriveranno le scelte attuate nelle singole fasi progettuali, che hanno permesso la realizzazione di un percorso didattico con approccio flipped classroom orientato allo sviluppo della seguente competenza: sapere comunicare concetti geometrici fondamentali relativi alle figure del piano, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica.*

Keywords – backward design, mathematics formation of the teachers, communicative competencies, geometry, flipped classroom

Parole chiave – progettazione a ritroso, formazione matematica degli insegnanti, competenze comunicative, geometria, flipped classroom

Gemma Carotenuto è collaboratrice scientifica in *Didattica della matematica* presso l'Università Suor Orsola Benincasa di Napoli. Dottore di ricerca in Matematica, con una tesi in teoria degli insiemi, negli ultimi anni si è dedicata alla ricerca in didattica della matematica e alla formazione insegnanti, in Italia e in Svizzera. I suoi principali interessi di ricerca sono nel ruolo del linguaggio nei processi di apprendimento/insegnamento e nella formazione insegnanti del settore primario. Tra le sue più recenti pubblicazioni: *Educating to rationality in a narrative context: an experimentation* (in press, con C. Coppola e R. Tortora, in *Proc. of 10th Congress of European Research in Mathematics Education*); *Handmade density sets* (in "The Journal of Symbolic Logic", 2017).

Mario Castoldi è Professore Associato di *Didattica e Pedagogia speciale* presso l'Università degli Studi di Torino, Facoltà di Scienze della Formazione. I suoi principali interessi di ricerca riguardano le problematiche relative alla qualità e alla valutazione dei sistemi scolastici e alla progettazione per competenze e certificazione di competenze. È impegnato da sempre nella ricerca didattica sul campo a fianco delle scuole e dei docenti. Tra i suoi contributi più recenti: *Capire le prove INVALSI* (Roma, Carocci, 2014); *Didattica generale* (Milano, Mondadori Education, 2015); *Valutare e certificare le competenze* (Roma, Carocci, 2016); *Costruire unità di apprendimento* (Roma, Carocci, 2017).

Silvia Sbaragli è Professore SUPSI e responsabile del centro competenza di *Didattica della Matematica* del Dipartimento Formazione e Apprendimento della SUPSI di Locarno (Svizzera). È membro del Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica dell'Università di Bologna. I suoi principali interessi di ricerca riguardano i processi di insegnamento-apprendimento della matematica, in particolare il ruolo che assume il linguaggio e le cause di eventuali difficoltà degli allievi. È direttrice della rivista "Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula" e membro di diversi comitati scientifici di altre riviste. Ha al suo attivo vari libri e articoli di didattica della matematica. Tiene molti corsi per insegnanti ed ha partecipato a diversi convegni e seminari in Italia e all'estero.

1. Introduzione

Il lavoro progettuale è spesso sottovalutato dai docenti, indipendentemente dal livello di istruzione in cui operano: quando viene richiesta un'attività più strutturata e maggiormente consapevole di design didattico, questa viene solitamente percepita come onere aggiuntivo, se non superfluo, al compito già di per sé impegnativo di realizzazione di un percorso didattico. Eppure tale progettazione riveste un ruolo cruciale al fine di indirizzare l'apprendimento degli allievi verso un traguardo ben definito e attraverso dispositivi efficaci.

In questo articolo viene presentato il lavoro di progettazione, svolto nell'a. a. 2016/2017, di un percorso didattico realizzato all'interno del corso teorico a grande gruppo di *Geometria*, della durata di 24 ore, di cui è docente una delle autrici e che ha visto la partecipazione di 74 studenti. Il corso appartiene al primo anno del piano degli studi del Bachelor in Insegnamento per il livello elementare, offerto dal Dipartimento formazione e apprendimento con sede a Locarno (Svizzera) della Scuola Universitaria Professionale della Svizzera Italiana. Tale corso fa parte di una formazione di livello terziario e di natura professionalizzante della durata di 3 anni.

Il lavoro di progettazione rappresenta una delle parti salienti di un progetto di ricerca dal titolo "Flipped classroom come approccio per lo sviluppo di competenze (FlSCO)", che ha visto coinvolti docenti e ricercatori di vari dipartimenti della Scuola Universitaria della Svizzera Italiana, della Fernfachhochschule Schweiz e dell'Università di Torino, coinvolti nel testare le po-

tenzialità dell'approccio didattico flipped classroom, per favorire lo sviluppo di competenze professionali in un contesto di formazione terziaria.

La *flipped classroom* consiste essenzialmente nel capovolgere la dinamica didattica tradizionalmente egemone sia a scuola sia nella formazione terziaria, spostando l'acquisizione dei contenuti a casa, attraverso un approccio individuale mediato da testi, video, audio ecc., e portando il lavoro di rielaborazione dei saperi in aula, attraverso il loro impiego in contesti reali e situazioni problematiche complesse, il tutto sotto la guida del docente. Il valore aggiunto della flipped classroom risiede quindi nella possibilità di riorganizzare il tempo e lo spazio e creare degli ambienti d'apprendimento efficaci che sostituiscono la classica "classe" (Bergmann & Sams, 2012; Cecchinato & Papa, 2016). All'interno del progetto FliSCo, il quadro operativo assunto per strutturare percorsi didattici flipped classroom è stato quello della "progettazione a ritroso".

La *progettazione a ritroso*, proposta da Wiggins e McTighe (2004a) e da questi denominata "*backward design*", si basa su un ribaltamento dello schema progettuale tradizionale, che vede il docente partire dalla programmazione degli interventi didattici per poi passare a strutturare la valutazione. I due autori suggeriscono, invece, di riflettere innanzitutto sulla competenza che si intende sviluppare, selezionata sulla base del profilo dello studente atteso in uscita dalla formazione. Fatto ciò, si tratta di analizzare tale competenza, attraverso l'identificazione delle dimensioni prevalenti che concorrono alla sua manifestazione, determinando così le più opportune azioni di valutazione; solo dopo questi passaggi si può procedere alla pianificazione delle singole attività didattiche (Castoldi, 2011). La progettazione a ritroso permette perciò di tener conto di una profonda coerenza tra i risultati di apprendimento desiderati, le prestazioni fondamentali degli studenti e gli interventi didattici che si mettono in atto.

Nel presente lavoro, dopo aver introdotto il quadro teorico della progettazione a ritroso, si descrivono le scelte attuate nelle singole fasi progettuali, che hanno permesso la realizzazione di un percorso didattico che ha utilizzato un approccio flipped classroom e che è stato orientato prevalentemente allo sviluppo della seguente competenza, di fondamentale rilevanza per futuri docenti della scuola primaria: *Sapere comunicare concetti geometrici fondamentali relativi alle figure del piano, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica*¹.

Si tratta di un traguardo solo a prima vista facilmente raggiungibile, a causa di difficoltà sia concettuali sia linguistiche e che necessita perciò di grande attenzione da parte dei formatori.

Si conclude l'articolo con una riflessione sull'esperienza progettuale presentata, tenendo conto dei punti critici e dei punti di forza riscontrati dalla docente del corso.

¹ Per motivi di brevità, in questo contributo non si forniscono i dettagli procedurali della progettazione attuata: questi, insieme con il resoconto del percorso formativo e, più in generale, la descrizione e i risultati dell'intero progetto FliSCo, sono disponibili online (Sbaragli, Carotenuto & Castelli, 2017).

2. Un framework teorico: la progettazione a ritroso

L'esperienza progettuale presentata nell'articolo si basa su una proposta elaborata da due autori statunitensi, Grant Wiggins e Jay McTighe, per conto della Association Supervision for Curriculum Development (ASCD), autorevole comunità di professionisti dell'educazione (insegnanti, dirigenti, consulenti, ed esperti) presente in oltre 100 paesi con lo scopo di supportare la qualità dei processi di insegnamento/apprendimento². Il titolo originale della proposta, "*Understanding by Design*", intende proprio focalizzare lo sguardo sulla questione chiave prima richiamata: l'apprendimento che giustifica il lavoro didattico, inteso come "comprensione profonda" dei diversi contenuti curricolari, capacità di comprendere il senso e trasferire i propri apprendimenti nei loro contesti di vita. Se dovessimo tradurre il significato dell'espressione potremmo parlare di "comprensione come scopo progettuale", a richiamare la necessità che l'intenzionalità progettuale dell'insegnante sia consapevolmente orientata verso lo sviluppo di una comprensione profonda da parte dell'allievo, nel tentativo di colmare quel "gap" tra le dichiarazioni di intenti infarcite di maturazione di competenze e sviluppo di padronanze e le prassi quotidiane, schiacciate sulla acquisizione di contenuti di sapere, spesso parcellizzata e meramente riproduttiva.

L'espressione "comprensione profonda", o "significativa", utilizzata nella proposta di Wiggins e McTighe, si sovrappone pienamente al concetto di *competenza*: in entrambi i casi al centro dell'attenzione viene posta la capacità del soggetto di utilizzare il proprio "sapere" nelle più diverse situazioni di vita che si trova ad affrontare, che presuppone una consapevolezza del significato e delle potenzialità d'uso di questo "sapere" e una padronanza nel metterlo in gioco nei vari contesti di esercizio (formali, informali, professionali, sociali, personali ecc.). Se quindi le espressioni "comprensione profonda" e "competenza" rinviano allo stesso ambito di significato, una differenza tra loro possiamo riconoscerla nella diversa enfasi posta sulle due componenti che abbiamo richiamato: il termine "comprensione" si centra maggiormente sul momento dell'"apprendere", ovvero sul riconoscere e appropriarsi dell'orizzonte di senso di un dato sapere; il termine "competenza" tende a spostarsi sul momento dell'"agire", ovvero sul trasferire ed utilizzare un dato sapere in un determinato contesto.

Proprio questa diversa sfumatura di significato permette di capire l'importanza di mettere al centro dell'attenzione dell'insegnante la "comprensione profonda", in quanto risultato atteso focale del lavoro formativo che pone le premesse per un successivo trasferimento di questo apprendimento nei contesti di vita del soggetto. Nel linguaggio e nella prospettiva culturale degli insegnanti questa scelta può aiutare a evitare derive funzionalistiche associate al termine "competenza", visto come qualcosa di "altro" rispetto al lavoro formativo, una sorta di "corpo estraneo" che sposta l'attenzione dal processo di apprendimento al suo utilizzo nella vita reale. Potremmo infatti riformulare quanto detto affermando che se la progettazione è centrata sulla comprensione, ovvero sulla piena consapevolezza di un determinato apprendimento o set di apprendimenti, la valutazione è centrata sulla competenza, ovvero sull'accertamento della misura in cui l'allievo sa riutilizzare tali apprendimenti. Tale conclusione permette di rico-

² Per un approfondimento si veda <http://www.ascd.org>.

noscere, all'interno del medesimo nucleo di significato che accomuna "comprensione" e "competenza", la diversa accentuazione data ai due momenti della acquisizione e dell'utilizzo di un determinato apprendimento; momenti strettamente connessi e inscindibili nella loro reciproca complementarità (la comprensione profonda consente la manifestazione di competenza, la manifestazione di competenza richiede la comprensione profonda).

Il quadro di riferimento di *Understanding by design* si fonda su una logica progettuale "a ritroso" (*backward design*), a partire dall'assunto che un percorso progettuale richiede di "partire dalla fine", ovvero da una chiarezza circa i risultati attesi e il modo con cui poterli verificare. Ciò determina una sorta di inversione tra il momento progettuale e il momento valutativo, almeno se pensati in successione lineare, e propone un approccio progettuale che muove da alcune scelte valutative per svilupparne poi le implicazioni sugli altri aspetti della progettazione didattica. Più specificamente, gli interrogativi da cui prende spunto un percorso progettuale di questo tipo si possono così sintetizzare (Wiggins & McTighe, 2004a):

– Qual è l'apprendimento che voglio contribuire a sviluppare con il mio percorso?

– In termini operativi, quale evidenze del proprio apprendimento mi aspetto che gli allievi siano in grado di manifestare a conclusione del percorso?

Si tratta, come si vede, di anteporre alcune questioni tipicamente valutative alla strutturazione del percorso progettuale, allo scopo di poterlo traguardare in relazione ad una idea di apprendimento definito ed articolato. Da ciò discende la successiva pianificazione delle attività e delle esperienze di apprendimento che consentiranno agli allievi di "prepararsi" a quelle richieste previste nella fase conclusiva del percorso formativo.

È necessario evidenziare come la logica progettuale proposta dagli autori rinvii, come esplicitamente affermato da loro stessi, ai fondamenti dell'approccio progettuale, già presenti nella concettualizzazione proposta da Ralph Tyler alla metà del secolo scorso (Tyler, 1949): assumere i risultati attesi come riferimento per lo sviluppo di un progetto rappresenta un caposaldo di qualsiasi modello progettuale. L'elemento di novità ancora una volta è da ricercare nell'idea di apprendimento a cui si rimanda: mentre i modelli progettuali derivati dai principi posti da Tyler si sono orientati verso un approccio analitico e parcellizzato all'apprendimento, centrato sull'acquisizione di specifici contenuti di sapere in termini di conoscenze e abilità rigidamente delimitate e circoscritte (per esempio, l'area del triangolo o l'organizzazione politica nell'età carolingia), la proposta *Understanding by Design* si orienta verso un approccio globale e integrato all'apprendimento, centrato su una comprensione profonda e significativa dei contenuti di sapere (per esempio, l'area del triangolo come strumento per leggere molteplici situazioni reali e affrontare la risoluzione di svariati problemi).

La cosiddetta "pedagogia per obiettivi", egemone anche nel nostro paese a partire dagli anni '70, evidenzia questo punto di criticità fondamentale connesso all'idea di apprendimento verso cui si è orientata; un'idea di apprendimento, peraltro che è alla base di quel travisamento tra contenuto di sapere e traguardo formativo, per il quale il fine del lavoro didattico diventa il contenuto di sapere. Rimettere al centro dell'attenzione dell'insegnante la "comprensione profonda", intesa come riconoscimento del senso di un dato apprendimento e capacità di trasferirlo ad altri contesti, consente di restituire al contenuto di sapere il suo vero ruolo, ovvero rappresentare uno strumento culturale per interpretare e agire sulla esperienza reale. Parlia-

mo di vero ruolo per richiamare il significato epistemologico del sapere e della sua organizzazione in un insieme di discipline: strumenti culturali costruiti e in progressiva evoluzione nel corso della storia dell'umanità per consentire all'umanità stessa di interpretare la realtà che la circonda ed intervenire su di essa in relazione ai propri scopi.

Understanding by Design oltre a centrarsi su un'idea di apprendimento intesa come "comprensione profonda" accentua ulteriormente la prospettiva progettuale a ritroso richiamando l'importanza di analizzare il significato dell'apprendimento che si intende perseguire; sia sul piano concettuale, in rapporto alle dimensioni che lo compongono e alle domande di fondo a cui consente di rispondere, sia in termini operativi, in rapporto alla definizione delle situazioni in cui si manifesta e che l'allievo deve essere in grado di affrontare. In tal modo si accentua la prospettiva valutativa del lavoro formativo (quale apprendimento sviluppare? Quali evidenze dell'apprendimento raggiunto?), giustificando l'espressione "a ritroso" per qualificare questo percorso che muove da domande valutative per arrivare a domande didattiche.

Il percorso a ritroso si concretizza nella individuazione di tre fasi chiave (Tavola 1):

- identificare i risultati dell'apprendimento che si intende sviluppare attraverso il percorso formativo, in termini di comprensione profonda;
- determinare quali evidenze di accettabilità consentiranno di verificare il livello di comprensione profonda raggiunto dagli studenti;
- pianificare il percorso didattico che si intende realizzare per sviluppare i risultati di apprendimento attesi.

Le tre fasi sono tra loro logicamente interconnesse e la loro integrazione consente lo sviluppo di unità di apprendimento nei suoi diversi aspetti; l'accentuazione della prospettiva valutativa è riconoscibile in particolar nelle prime due fasi, che richiamano domande essenzialmente spostate sul momento valutativo del lavoro formativo.

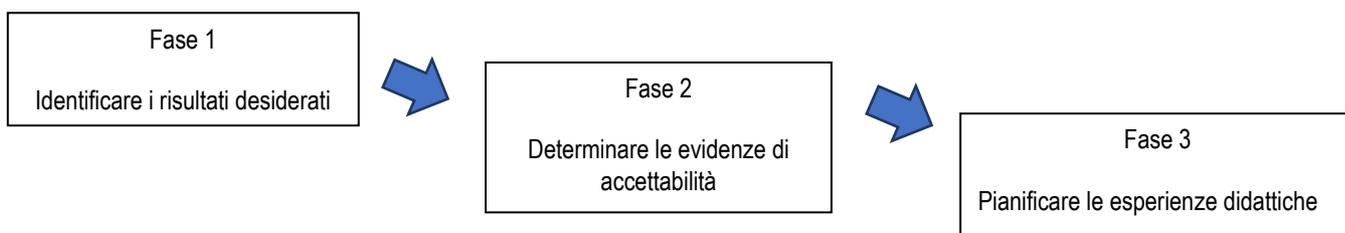


Tavola 1 – Fasi del processo di progettazione a ritroso (Wiggins & McTighe, 2004a, p. 32)

Presentiamo di seguito la progettazione effettuata all'interno del corso di Geometria tenendo conto del quadro teorico qui introdotto.

3. Prima fase: Identificare i risultati desiderati

La fase di progettazione del percorso didattico rientrante nel corso di Geometria è iniziata col rintracciare i traguardi di competenza afferenti al modulo nel quale è inserito il corso e nel valutarne la coerenza con il profilo del piano degli studi del Bachelor³. L'attenzione è ricaduta sul seguente traguardo: "Formulare e perseguire obiettivi coerenti con il contesto e la disciplina". Questo è risultato troppo generico per un segmento del corso pari a 8 ore-lezione (su 24 complessive), ciascuna della durata effettiva di 50 minuti, nelle quali si voleva sperimentare l'approccio flipped classroom. Si è scelto perciò di restringerne il campo di applicazione, individuando il già citato traguardo focus del percorso: *Sapere comunicare concetti geometrici fondamentali relativi alle figure del piano, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica* (va tenuto in considerazione che le figure dello spazio erano già state trattate nella prima parte del corso).

Per un futuro docente saper comunicare e argomentare rappresenta un traguardo trasversale di fondamentale importanza, dato che per l'insegnamento di qualsiasi disciplina è necessaria una certa padronanza linguistica, come sottolineato dagli standard stabiliti dall'istituzione per la formazione in uscita dal percorso Bachelor in Insegnamento elementare⁴. In particolare, saper comunicare e argomentare rappresenta un traguardo importante in ambito matematico, a tal punto da essere uno dei processi specifici dell'area matematica prevista dal *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese* (DECS, 2015) e, più in generale, dai diversi piani di studi a livello internazionale⁵.

Anche l'*ambito tematico* scelto, delle figure del piano e della loro didattica, rappresenta un argomento importante per futuri docenti di scuola primaria. In particolare, si è puntata l'attenzione sul seguente processo: *comunicazione (attraverso diversi registri, come ad esempio quello proposizionale, figurale o grafico) dei concetti fondamentali legati prevalentemente agli enti e alle grandezze dei poligoni, della classificazione dei triangoli e dei quadrilateri e del calcolo delle loro aree*.

La scelta di tale processo è stata guidata e riletta in maniera critica in relazione ai quattro criteri o filtri proposti in (Wiggins & Mc Tighe, 2004a, pp. 34-35), appositamente predisposti per questo tipo di selezione in funzione di una comprensione profonda.

³ Il Piano degli studi e il prospetto del profilo delle competenze in uscita del Bachelor of Arts in Insegnamento per il livello elementare, per l'a. a. 2016/2017, sono entrambi disponibili in <http://www.supsi.ch/dfa/bachelor-diploma-master/bachelor/insegnamento-elementare/piani-di-studio.html>.

⁴ Nella prima colonna del prospetto si trova la macro-competenza *Comunicare in modo chiaro ed efficace nei diversi contesti legati alla professione*, che viene declinata in sette competenze, tra cui le seguenti due, con le quali il traguardo focus è completamente in linea: *Esprimersi nella lingua orale e nella lingua scritta con la padronanza, la precisione e l'efficacia richiesta a un professionista dell'insegnamento; Utilizzare una pluralità di linguaggi espressivi e comunicativi nell'interazione con gli allievi*.

⁵ Per il territorio italiano, un'attenzione analoga a questo aspetto di competenza è data nelle *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione* (MIUR, 2012).

Filtro 1 – Trasferibilità

In quale misura il processo è dotato di valore durevole in diversi contesti e al di là della formazione?

Focalizzare l'attenzione sulla comunicazione in ambito matematico durante l'azione didattica può rappresentare per gli studenti universitari "una rivoluzione", come da loro stessi affermato in diverse occasioni. La maggior parte di loro è infatti abituata dalla propria esperienza scolastica a un tipo di insegnamento della matematica fatto di addestramento ai calcoli e di imposizione di articolati apparati di "regole senza ragioni" (Skemp, 1976, p. 21), che poco spazio lasciano ai processi di verbalizzazione, in cui si descrivono oggetti e risultati e si spiegano processi argomentando. Ciò fa sì che spesso l'apprendimento in ambito matematico rimanga epidermico, senza diventare consapevole e profondo. L'intento del percorso è stato di proporre agli studenti un diverso modello di insegnamento/apprendimento a cui ispirarsi, che potesse permettere a loro stessi come studenti di comprendere i concetti matematici in gioco e di mobilitarli nelle diverse situazioni di realtà che saranno chiamati ad affrontare e, come docenti, di implementare un'azione didattica in grado di sviluppare negli allievi una comprensione profonda in ambito matematico.

Filtro 2 – Centralità

In quale misura il processo appartiene al nucleo centrale di una determinata disciplina?

Le conoscenze e abilità relative alle figure del piano rappresentano certamente un nucleo centrale della geometria per futuri maestri di scuola primaria, ma al punto precedente si è anche accennato all'importanza della comunicazione nell'apprendimento della matematica: questo orientamento ha origine nei risultati e nelle riflessioni della ricerca in didattica della matematica (Radford & Demers, 2006). Il processo di comunicazione aiuta gli allievi ad approfondire le loro conoscenze in matematica, tramite argomentazioni e giustificazioni che consentono una comprensione profonda dei concetti in gioco.

Il fatto che la didattica della matematica ha puntato tutta la sua attenzione sulle attività degli esseri umani che hanno a che fare con la matematica (non solo risolvere problemi, ma anche comunicare la matematica), è uno dei meriti del punto di vista antropologico, ispiratore di altri punti di vista: la TAD, teoria antropologica della didattica (della matematica) (Chevallard, 1999).

Il punto cruciale è che "la TAD pone l'attività matematica, e dunque l'attività di studio in matematica, nell'insieme delle attività umane e delle istituzioni sociali" (Chevallard, 1999, p. 221).

Questa posizione ha segnato una svolta interessante all'interno delle cornici teoriche nelle quali oggi si situa ogni ricerca in didattica della matematica, tanto più se si sottolineano i successivi studi compiuti da più autori, per chiarire e rendere operative le nozioni di Chevallard, creando strumenti concettuali adeguati e paragonandoli a quelli messi in campo da altre posi-

zioni al riguardo (D'Amore, Fandiño Pinilla & Sbaragli, 2017).

Inoltre, l'attuale ricerca in didattica della matematica è notevolmente influenzata dal pensiero di Vygotskij (1990), che considera lo sviluppo cognitivo come un processo fortemente connesso alle interazioni sociali e secondo cui la verbalizzazione è strettamente connessa al pensiero (si pensi ad esempio all'idea di pensiero come comunicazione con se stessi di Sfard, 2001). L'apprendimento rappresenta una costruzione più o meno personale, sottoposta al bisogno di "socializzare", il che avviene ovviamente grazie a un mezzo comunicativo (che può essere il linguaggio) e che nella matematica sempre più decisamente sarà condizionato dalla scelta del mediatore simbolico, cioè del registro semiotico di rappresentazione prescelto (o imposto, a vario titolo, anche solo dalle circostanze).

Prendiamo a prestito da Duval (1993) l'affermazione: "non c'è noetica senza semiotica". Gli oggetti dell'indagine matematica, infatti, a differenza di quelli di tutte le altre discipline scientifiche, non possono essere percepiti tramite i sensi o attraverso attrezzature specifiche. Ciò caratterizza l'uso cognitivo dei segni all'interno della disciplina: sebbene gli oggetti matematici non vadano confusi con le loro rappresentazioni semiotiche, queste ultime sono necessarie per qualsiasi tipo di attività matematica (Duval, 2006, p. 126). Dunque la traduzione e la gestione dell'esperienza matematica tramite parole, disegni, formule, grafici ecc. è parte integrante della disciplina stessa.

La "costruzione della conoscenza in matematica" può essere interpretata come l'unione delle seguenti tre "azioni" sui concetti, cioè l'espressione stessa della capacità di:

- *rappresentare* gli oggetti matematici scegliendo i tratti distintivi che li caratterizzano o che si vogliono evidenziare;
- *trattare* le rappresentazioni ottenute all'interno di un registro stabilito; e
- *convertire* le rappresentazioni da un registro ad un altro.

Filtro 3 – *Difficoltà*

In che misura il processo richiede attenzione didattica, ovvero può comportare misconcezioni o risulta di difficile comprensione per gli studenti?

Lo sviluppo di competenze comunicative specifiche – che non si esauriscono nella buona padronanza del linguaggio specialistico, ma comprendono anche l'esprimersi in maniera efficace in relazione al contesto e agli scopi - richiede un'attenzione particolare nel contesto della formazione insegnanti in ambito matematico. Le ripercussioni di una comunicazione inadeguata sull'efficacia dell'azione didattica, infatti, costituiscono un problema diffuso (Ferrari, 2004; Zan, 2016). D'Aprile e colleghi (2004, p. 32), riferendosi al caso delle interazioni verbali, sintetizzano così: "Non occorre frequentare convegni di didattica e leggere riviste specialistiche per sapere che una notevole parte delle difficoltà d'insegnamento e d'apprendimento della matematica si genera nell'atto stesso del comunicare questa scienza, attraverso il principale mezzo d'interazione tra esseri umani, cioè il linguaggio naturale. Basta passare qualche ora in una classe per verificarlo".

I problemi comunicativi non esauriscono però le potenziali difficoltà della trasposizione didattica di concetti matematici, anche a livello di scuola primaria. Come mostrano diversi studi (Campolucci, Maori, Fandiño Pinilla & Sbaragli, 2006; D'Amore, Fandiño Pinilla, Marazzani & Sbaragli, 2008), molte delle criticità nell'apprendimento della matematica di base sono legate a convinzioni scorrette degli insegnanti sugli oggetti matematici e a scelte didattiche sbagliate. Le specifiche tematiche affrontate dal percorso didattico oggetto di analisi sono caratterizzate da diverse difficoltà, riscontrate nelle precedenti edizioni del corso e documentate dalla ricerca. Si pensi, ad esempio, al caso emblematico delle misconcezioni da posizioni vincolanti che emergono anche a causa di scelte didattiche inadeguate nella trattazione elementare dei poligoni (Martini & Sbaragli, 2005; Sbaragli & Mammarella, 2010) o alle diffuse misconcezioni concernenti il concetto di altezze dei poligoni (Sbaragli, 2017).

Filtro 4 – *Coinvolgimento*

In quale misura il contenuto di sapere risulta interessante, può essere potenzialmente coinvolgente per gli studenti?

Il percorso oggetto di analisi si è inserito in un contesto formativo di carattere professionalizzante incentrato su pratiche di tirocinio settimanali realizzate nella scuola primaria, che favoriscono intrinsecamente il coinvolgimento e la motivazione degli studenti. La necessità di preparare fin dal primo semestre di formazione interventi disciplinarmente corretti e didatticamente efficaci nelle proprie classi di pratica professionale rende gli studenti solitamente attenti ai contenuti, alle metodologie e alle dinamiche dell'intero modulo, sia di geometria sia di didattica della geometria.

Successivamente, dopo aver individuato il traguardo di competenza focus e l'ambito tematico, si è passati a determinare i bisogni formativi degli allievi rispetto all'ambito tematico selezionato, individuati in base all'esperienza della docente del corso, e a elaborare le domande chiave attraverso cui interrogare i contenuti formativi.

Si riportano le scelte relative a questa prima fase di identificazione dei risultati desiderati in Tavola 2.

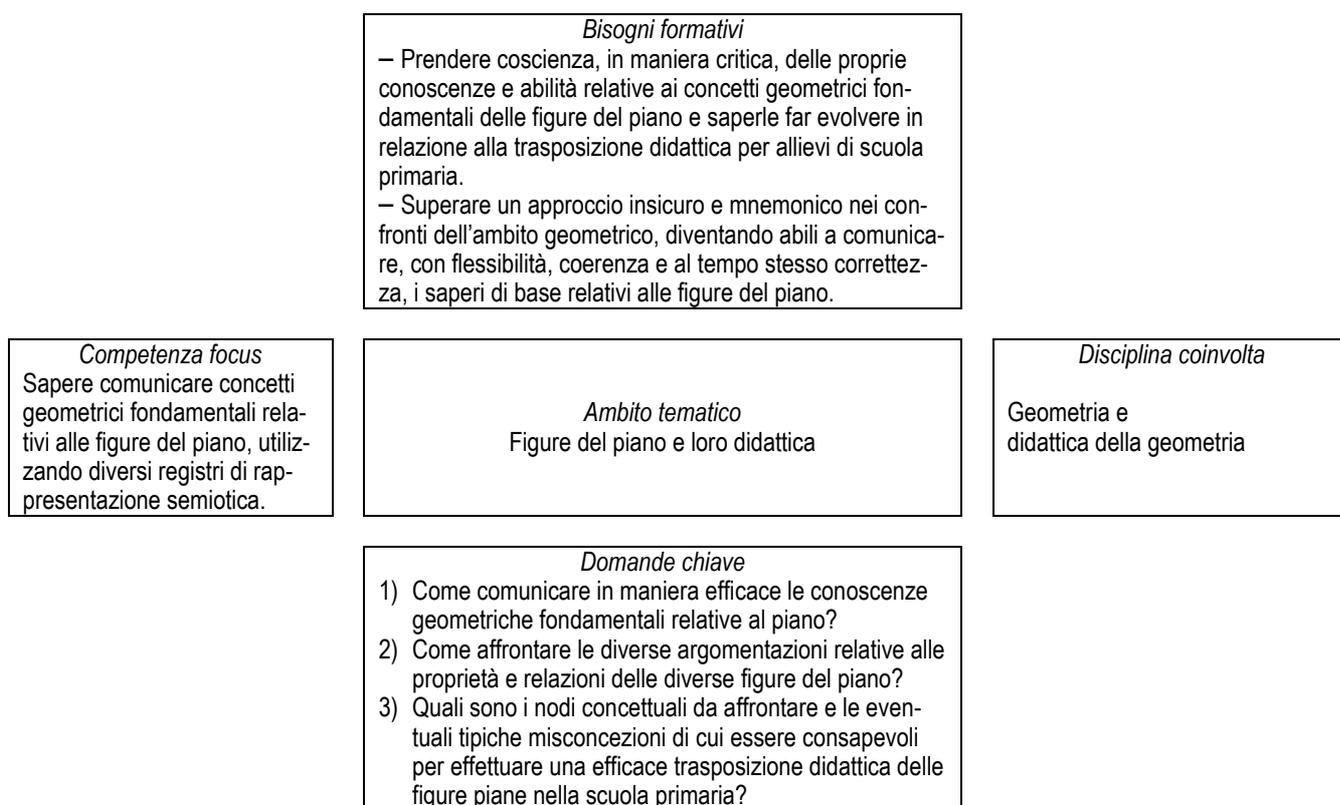


Tavola 2 – Idea progettuale

4. Seconda fase: Determinare evidenze di accettabilità

In relazione alla fase precedente, si è poi passati alla definizione di una “situazione problema”, che è stata il fulcro intorno a cui si è sviluppato l'intero percorso progettuale.

In generale, per *situazione problema* si intende un'occasione per mobilitare l'insieme delle risorse, sia interne che esterne, di cui l'allievo dispone in rapporto al traguardo di competenza focus attraverso una dialettica tra intenzione da perseguire, riflessione sul proprio agire e percezione del contesto reale. In rapporto allo sviluppo del progetto formativo, la situazione-problema definisce l'orizzonte di senso condiviso tra insegnante e studenti entro cui strutturare il progetto e prefigura il prodotto verso cui orientare il lavoro progettuale.

Più specificamente, si possono identificare due significati nel concetto di situazione problema, che aiutano a precisarne il ruolo nello sviluppo di un percorso formativo: da un lato rappresenta un'occasione per farsi delle domande, per interrogarsi sulle proprie risposte, per avviare un percorso di ricerca orientato a costruire delle soluzioni condivise alle questioni poste; dall'altro prefigura un prodotto verso cui tendere, intorno a cui finalizzare il lavoro di ricerca, rendere visibile agli altri il proprio percorso di apprendimento. Dal punto di vista dello svi-

luppo progettuale la situazione problema assume quindi una duplice funzione: in primo luogo pone delle domande, diviene il “motore” per l’attivazione delle proprie risorse durante il percorso di ricerca verso possibili risposte alle domande iniziali; in secondo luogo sollecita la realizzazione di un prodotto, fornisce l’occasione per manifestare la propria competenza nello strutturare la propria risposta, renderla comunicabile agli altri, oggettivabile, esprimibile in una prestazione.

Nel caso del percorso in esame la situazione problema scelta è stata la seguente:

Comunicare in modo pertinente ed efficace concetti e proprietà relative all’ambito delle figure del piano in attività ludo-geometriche (cruciverba geometrico, schiena contro schiena, Taboo geometrico) tenendo conto dei vincoli imposti dal gioco, delle esigenze comunicative e, contemporaneamente, delle caratteristiche specifiche del linguaggio matematico.

Le attività ludo-geometriche sono state pensate per attivare la competenza focus in un contesto significativo di tipo ludico. Questa proposta, oltre ad aver favorito il coinvolgimento degli allievi, ha prefigurato una possibile situazione didattica scolastica. Descriviamo brevemente le attività di seguito:

– il *cruciverba geometrico* consiste nella preparazione e nella risoluzione di due cruciverba che coinvolgono parole di ambito geometrico. In una prima fase, gli studenti formulano in gruppo diverse definizioni al fine di creare un cruciverba da proporre a un altro gruppo; in una seconda fase, risolvono il cruciverba creato per loro dai compagni (Allegato 1);

– nel gioco *schiena contro schiena* tutti gli studenti dispongono di quattro triangoli di carta congruenti. Un solo studente, posizionato in modo da rivolgere le spalle al resto della classe, costruisce liberamente una figura utilizzando i suoi triangoli di carta e la descrive in termini matematici ai compagni affinché possano ottenere una figura congruente;

– il *Taboo geometrico* è una rivisitazione del popolare gioco *Taboo*. Inizialmente, gli studenti individuano in gruppo le parole *Taboo* di un certo numero di carte, la cui parola da indovinare è già stata scritta dal docente; successivamente, si dividono in squadre e giocano secondo le regole del *Taboo* con le carte create e utilizzando il linguaggio geometrico per far comprendere le parole ai componenti della propria squadra.

Con riferimento al traguardo focus, tra i sei aspetti della comprensione profonda proposti da Wiggins e McTighe (2004b)⁶, quello maggiormente coinvolto dalla situazione-problema è stato l’*applicazione*, ossia “la capacità di usare conoscenze efficacemente in nuove situazioni e in vari contesti” (Wiggins & McTighe, 2004b, p. 35). Tale aspetto è stato promosso dalle particolari caratteristiche e regole dei vari giochi e dai diversi interlocutori, che possono essere letti come vincoli e variabili comunicative. Da subito si è ipotizzato di effettuare una valutazione tra pari durante le attività ludo-geometriche, così che gli studenti potessero essere valutati dai compagni sulle proprie capacità di mobilitare efficacemente conoscenze geometriche e linguistiche in una situazione nuova, che si discostasse dalle attività che l’avevano preceduta.

⁶ Secondo gli autori una comprensione profonda è analizzabile attraverso sei aspetti: *spiegazione, interpretazione, applicazione, prospettiva, empatia, autoconoscenza*. Per un approfondimento si rimanda a Wiggins & McTighe, 2004b, pp. 28-47.

In relazione alla situazione problema, sono stati richiamati altri traguardi di competenza correlati al percorso e le principali conoscenze e abilità di tipo disciplinare, che sono riassunti nella Tabella 1.

<p><i>Altri traguardi formativi</i> Interrogarsi sulla propria competenza disciplinare in riferimento alla propria professione, sui traguardi raggiunti e sui bisogni formativi.</p>	
<p><i>Competenze correlate</i> Riconosce, denomina, descrive, classifica e rappresenta figure del piano, ne individua proprietà, ne coglie relazioni tra gli elementi e ne determina misure significative.</p>	
<p><i>Conoscenze</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Conoscere i principali termini, concetti, proprietà e relazioni relative alle figure del piano. – Conoscere le formule delle aree dei triangoli e quadrilateri. – Conoscere le classificazioni dei triangoli e quadrilateri. – Conoscere le misconcezioni tipiche degli allievi di scuola primaria relative alle figure del piano. 	<p><i>Abilità</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Utilizzare i principali termini, concetti, proprietà e relazioni relative alle figure del piano in modo coerente rispetto alla situazione data. – Individuare analogie e differenze tra le varie figure del piano e le loro proprietà. – Esplicitare procedure per mezzo di rappresentazioni semiotiche coerenti con le situazioni proposte. – Scomporre figure piane in più figure conosciute per determinare lunghezze e aree sfruttando l'additività di queste grandezze. – Argomentare e giustificare l'esistenza di relazioni fra figure a partire da proprietà geometriche e la correttezza di formule (p.es. formule per il calcolo delle aree).

Tabella 1 – Altri traguardi di competenza, conoscenze e abilità

Il secondo passo dell'attività progettuale ha previsto una macro-pianificazione dell'azione valutativa che è stata poi definita nel dettaglio nella fase successiva. Si premette che le particolari condizioni del contesto formativo, corso teorico a grande gruppo del primo semestre del primo anno di formazione, che ha coinvolto 74 studenti, ha consentito sì un'azione *valutativa continua e formativa*, ma che è risultata *prevalentemente collettiva o realizzata tra pari*. Nonostante questo limite, una tale azione valutativa, basata sull'identificazione delle difficoltà e dei bisogni degli allievi, ha permesso di orientare in itinere l'azione didattica del docente e la riflessione di ciascuno studente. La valutazione sommativa degli apprendimenti dei singoli, invece, è stata inglobata in un esame scritto formato da alcune domande a risposta chiusa e altre a risposta aperta, basate sulla capacità di sapere argomentare e giustificare il proprio apprendimento, concernenti l'intero modulo di *Geometria*. Questa scelta era vincolata dal Piano di studio Bachelor già in vigore all'interno dell'Istituzione.

Sono stati ipotizzati numerosi interventi valutativi da integrare nelle varie attività didattiche che si sarebbero progettate: restituzione dei prodotti degli studenti realizzati a casa tramite la piattaforma *Moodle*, a cui far seguire una restituzione collettiva in aula o su piattaforma da parte della docente; controlli cognitivi tramite quiz individuali, da inserire nel lavoro a casa (su piattaforma) (Allegato 2) o nelle attività in aula (in tempo reale attraverso i *clicker*) (Allegato 3); utilizzo in aula della metodologia di valutazione formativa del *semaforo*, attraverso cui gli studenti possono riconoscere nel corso di un'attività se sentono di procedere bene, di aver bisogno di un aiuto da parte del docente o di essere bloccati nel lavoro (Franchini, Salvisberg & Sbaragli, 2016); risposte ai dubbi, alle sollecitazioni e alle domande degli studenti che nascono a seguito dello studio a casa o delle attività in classe; continui feedback sulle attività svolte. Prima della realizzazione della situazione problema ("partita") è stata proposta, inoltre, una riflessione auto-valutativa da svolgere individualmente, guidata dalle seguenti tre voci: "cose che vorrei capire meglio", "cose che ho imparato da questo lavoro" e "cose che già sapevo ma che ora ho capito meglio" (Castoldi, 2016) (Allegato 4); infine, come anticipato, per supportare una riflessione metacognitiva specifica sul processo previsto dalla competenza focus durante la partita, è stata creata una rubrica di valutazione tra pari (Allegato 5), per la quale si è prevista una fase di restituzione collettiva.

5. Terza fase: Pianificare esperienze e istruzione⁷

Nell'ultima fase della progettazione sono stati strutturati gli interventi didattici, che hanno messo in gioco i principi chiave dell'approccio *flipped classroom*, sulla base del seguente canovaccio sintetizzato nella Tavola 3 (Castoldi, 2017).

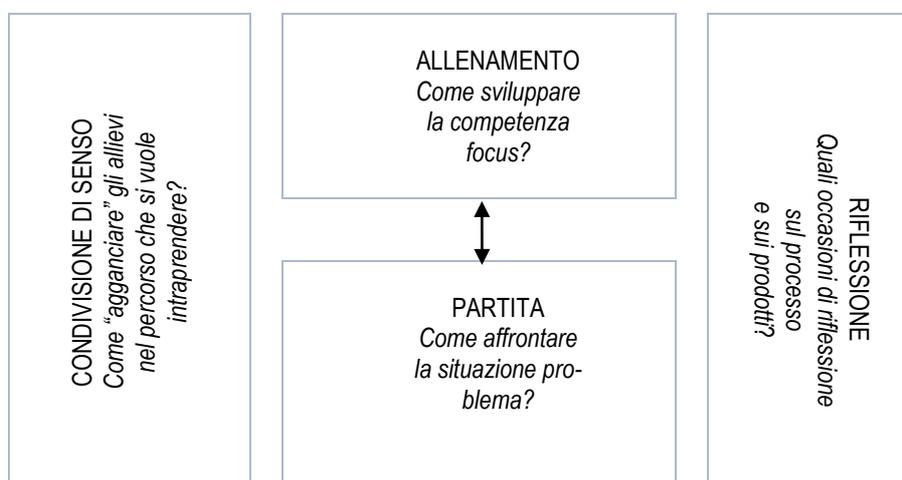


Tavola 3 – Domande guida fasi articolazione operativa (Castoldi, 2017, p. 191).

⁷ Questo paragrafo è una rielaborazione dello studio di caso presentato in Sbaragli, Carotenuto & Castelli, 2017, pp. 67-85.

Il percorso è stato strutturato secondo le quattro componenti esplicitate dal canovaccio: la partita, l'allenamento, la condivisione di senso e la riflessione, descritte di seguito.

Partita. La realizzazione di un "prodotto" attraverso cui manifestare la competenza focus del percorso didattico rappresenta un passaggio cruciale del percorso stesso. Metaforicamente tale passaggio può essere associato all'idea di partita in quanto, come avviene nell'attività sportiva, la manifestazione della competenza trova la sua espressione più piena proprio nel momento in cui si "scende in campo" e bisogna dimostrare il proprio valore (ovvero la propria competenza, sia a livello individuale che collettivo). Nello specifico del percorso in esame, si tratta della lezione finale in cui gli studenti hanno messo in campo le proprie competenze comunicative in attività ludo-geometriche, già descritte nel paragrafo 4, pensate per essere affrontate con la stessa metodologia didattica adottata nelle attività laboratoriali degli incontri che la precedono. L'incontro ha avuto una durata di due unità didattiche, corrispondenti a un tempo di un'ora e quaranta minuti.



Figure 1, 2, 3 – Foto dalla realizzazione della situazione problema (a sinistra, formulazione delle definizioni del cruciverba geometrico; a destra in alto, attività schiena contro schiena; a destra in basso, gioco del Taboo geometrico)

Allenamento. Rimanendo all'interno della metafora sportiva, la partita è preceduta dall'allenamento, ovvero da quell'insieme di attività ed esperienze che dovrebbero "preparare" i giocatori alla partita; fuor di metafora, la fase di "allenamento" si caratterizza per sviluppare l'insieme delle dimensioni implicate nella competenza: le risorse cognitive richieste, quindi le conoscenze e le abilità che devono essere acquisite per sviluppare una data competenza; i processi cognitivi e operativi attraverso cui mobilitare efficacemente le proprie risorse in funzione del compito da affrontare (messa a fuoco del compito, strategie di azione, autoregolazione); le disposizioni ad agire necessarie per utilizzare al meglio le proprie risorse nel contesto d'azione.

Nella gestione della fase di allenamento, in particolare, la flipped classroom ha rappresentato una risorsa preziosa, in quanto approccio didattico che permette di lavorare sui diversi aspetti della competenza: sia l'acquisizione dei contenuti di sapere (conoscenze e abilità) attraverso un lavoro individuale guidato e orientato a questo scopo, sia il potenziamento dei processi e delle disposizioni con cui mobilitare i propri saperi e le proprie risorse, grazie a una maggior attenzione dedicata alle metodologie attive ed esperienziali nel lavoro in aula. La flipped classroom ha trovato nella fase di allenamento il suo significato più pieno: tale approccio ha potenziato l'efficacia del lavoro formativo e ha fornito una diversa strutturazione all'allenamento, spostando l'acquisizione dei fondamentali sul lavoro individuale e valorizzando il lavoro sociale come opportunità per mettere in gioco i propri apprendimenti e prepararsi alla partita, ovvero alla manifestazione della competenza in situazioni di diversa complessità.

Per quanto riguarda il tipo di approccio flipped classroom adottato, si è scelto di andare oltre il riduttivo metodo che ha come motto "teorica a casa, compiti in classe". Le proposte didattiche messe in atto sono risultate affini al *livello 2* di flipped classroom elaborato da Lebrun (2016), in cui lo studente assume un ruolo attivo sia a casa che in aula. Come lavoro di preparazione agli incontri sono state create attività sia di scoperta di contenuti disciplinari sia di riflessione – erogate attraverso svariate risorse tecnologiche – che hanno permesso agli studenti di arrivare in aula pronti per partecipare a discussioni collettive e per affrontare ricche attività laboratoriali.

Nello specifico del percorso, sono stati progettati tre periodi di lavoro a casa, seguiti da altrettanti incontri in aula. Per quanto riguarda la durata di ciascuno dei tre periodi di attività fuori dall'aula, il primo è stato di circa un mese, coincidente con la pratica professionale degli studenti, il secondo di cinque giorni e, infine, il terzo di quattro giorni. Ognuno dei tre incontri in aula, invece, è stato come già anticipato di due unità didattiche, corrispondenti a un tempo di un'ora e quaranta minuti.

Allenamento a casa. Tutte le attività a casa sono state rese fruibili attraverso la piattaforma Moodle *iCorsi*, attraverso l'uso di diversi suoi strumenti. In particolare, lo strumento *Libro* ha fatto da contenitore per ciascuno dei tre gruppi di consegne. La sua struttura a pagine ha risposto bene alle esigenze di progettazione che hanno previsto: per ciascuna consegna, la visione di un insieme di brevi video, riuniti in un unico "contenitore", riguardanti ciascuno una

tematica relativa a un unico macroargomento, della durata complessiva di 20-25 minuti, accompagnati da attività che stimolano l'approfondimento di alcuni aspetti specifici. La maggior parte delle pagine virtuali dei libri *iCorsi* realizzati contengono, quindi un breve video (della durata di pochi minuti), seguito da una o più consegne ad esso relative. Gli strumenti multimediali utilizzati per la creazione delle attività su piattaforma sono stati di vario genere: file di testo (articoli di ricerca, schede, estratti di libri), quiz multimediali (*iCorsi*), link web, quaderni *Cabri*⁸.

La componente visiva dei filmati è stata realizzata a partire da slide *Keynote* appositamente predisposte, che hanno permesso una rappresentazione grafica dinamica degli enti geometrici coinvolti (Figure 4-7). I video consistono, quindi, in registrazioni di presentazioni, il cui audio con la voce della docente è stato catturato con un microfono. Il loro contenuto è ispirato al libro *Matematica di base per insegnare nella scuola primaria*, di Fandiño Pinilla e Sbaragli (2011), nel quale si utilizza un linguaggio colloquiale e scherzoso.

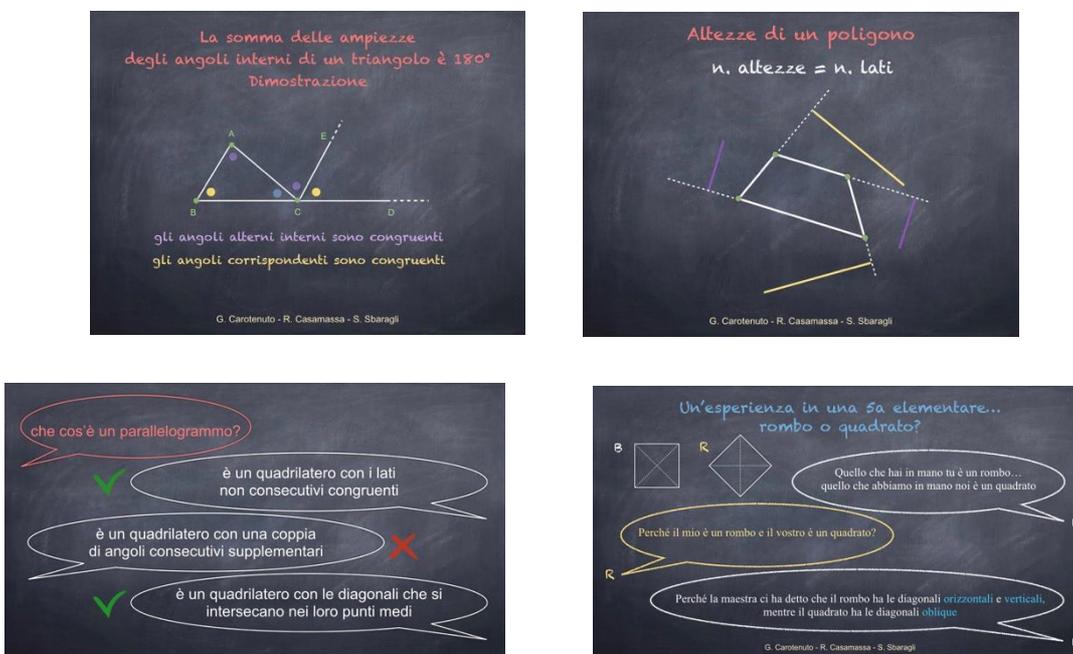


Figure 4, 5, 6, 7 – Immagini tratte dai video realizzati

⁸ *Cabri* è un software che permette la creazione di attività per lo studio della matematica, utilizzato in Canton Ticino nella scuola dell'infanzia e nella scuola elementare (<http://www.e-sco.ch/CE/Home.html>). Le attività realizzate attraverso il software ad opera dei membri del gruppo CabriTicino sono dette *quaderni*, per via della loro struttura in schermate sequenziali. La scelta di proporre all'interno del percorso quaderni *Cabri*, opportunamente modificati per rispondere alle esigenze formative degli allievi, è motivata da una duplice intenzione. In primo luogo, si volevano impegnare a casa gli studenti in attività di tipo laboratoriale, utilizzando canali differenti; inoltre, si desiderava che gli studenti prendessero contatto con il software, che potrebbe rivelarsi un valido strumento per la loro attività professionale.

Tutte le attività del lavoro a casa, fatta eccezione per quelle di visione dei filmati e di lettura di articoli o estratti di libri, hanno previsto la restituzione da parte degli studenti di un prodotto attraverso la funzione *Compito* di *iCorsi*. Ciò ha permesso alla docente di avere un controllo sul lavoro svolto dagli studenti, ma soprattutto di restituire un feedback durante gli incontri in aula, in ottica di valutazione formativa e valorizzazione del lavoro a casa, e di apportare modifiche alla progettazione delle lezioni.

Allenamento in aula. I tre incontri in aula in modalità flipped classroom relativi alla fase di allenamento si sono svolti in un periodo di tre settimane. Ogni lezione è cominciata con una ripresa da parte della docente dei contenuti teorici e delle attività precedentemente affrontate a casa, per la quale sono state scelte diverse modalità, prevedendo sempre però uno spazio di interazione con gli studenti per rispondere alle loro richieste di chiarimenti e per fornire un feedback sul lavoro svolto a casa. Questi momenti iniziali sono stati dedicati anche ad approfondimenti teorici e pratici, in cui si è data particolare rilevanza agli aspetti relativi alla trasposizione didattica dei saperi in gioco nel contesto della scuola elementare.

La parte più consistente degli incontri ha previsto lo svolgimento di attività laboratoriali in piccoli gruppi collegate alle risorse cognitive proposte a casa, durante le quali la docente ha assunto il ruolo di tutor, allo scopo di dare suggerimenti e chiarire dubbi, e ha orchestrato le fasi di discussione collettiva in cui gli studenti hanno condiviso strategie e risultati.

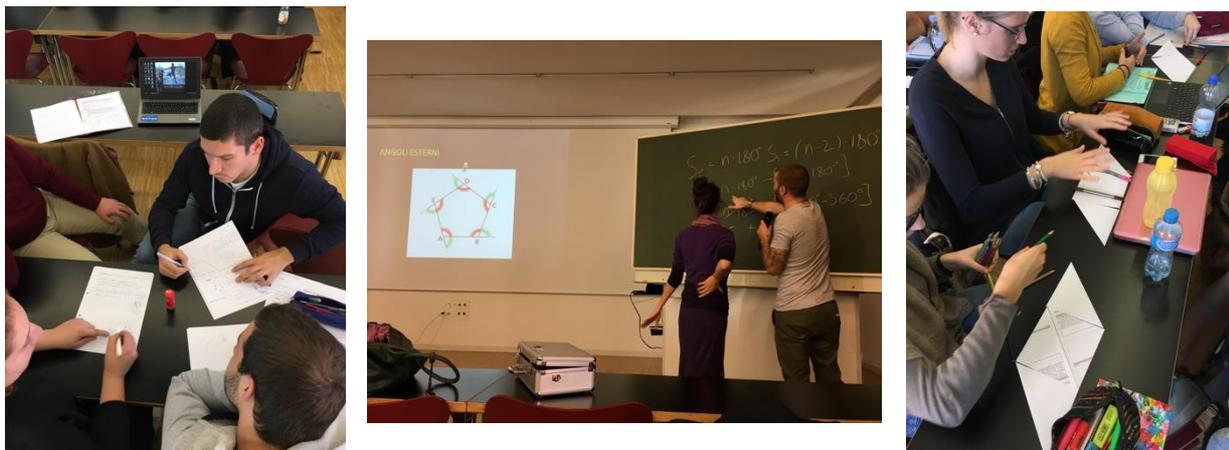


Figure 8, 9, 10 – Immagini tratte dagli incontri in aula

La competenza focus del percorso ha guidato la progettazione di ogni attività proposta: ampio spazio si è dato, infatti, alle definizioni, alle spiegazioni e alle argomentazioni degli studenti. Per andare in profondità sull'articolazione tra lavoro a casa e in aula si veda (Sbaragli, Carotenuto & Castelli, 2017, pp. 67-85).

Accanto ai due momenti chiave dell'allenamento e della partita, nel canovaccio didattico sono stati presenti altri due passaggi che lo hanno caratterizzato: la condivisione di senso e la riflessione.

Condivisione di senso. La condivisione di senso è, in generale, l'occasione per rendere visibili agli studenti i significati del percorso formativo proposto e motivarli a intraprendere il percorso stesso puntando a suscitare il loro interesse e a coinvolgerli nel lavoro formativo.

Nel percorso oggetto di analisi, alla condivisione di senso è stato dedicato il primo incontro e altri momenti durante l'allenamento. Agli studenti sono stati presentati il traguardo di competenza che si voleva raggiungere e la partita che si aveva intenzione di giocare insieme, secondo la situazione problema stabilita, sottolineando che in essa la comunicazione e il linguaggio della matematica avrebbero avuto un ruolo rilevante, così come le risorse cognitive in gioco. In quest'ottica e in maniera scherzosa, nella lezione introduttiva si è mostrato un breve filmato tratto dal noto quiz televisivo italiano "Chi vuole essere milionario?", all'interno del quale dalle parole della concorrente emergono diverse misconcezioni relative al concetto di altezza di un triangolo e una scarsa padronanza del linguaggio matematico. La visione del video è diventata un'occasione per coinvolgere gli studenti in una discussione collettiva sulla competenza focus. Si è discusso dell'importanza di conoscere le risorse cognitive di base della disciplina e di saper comunicare contenuti matematici, con il fine professionale di riuscire a spiegare efficacemente ai propri allievi i saperi in gioco, in accordo con quanto previsto dal profilo di competenze in uscita della formazione Bachelor e con quanto già sperimentato durante le giornate di tirocinio a scuola.

Riflessione. La riflessione è, invece, l'occasione per gli studenti di rileggere il proprio lavoro formativo e i suoi risultati, riconoscerne le potenzialità e i limiti, le acquisizioni sviluppate e i miglioramenti ancora da fare.

L'attività di riflessione non è stata pensata in questo contesto come una fase del percorso formativo circoscritta a un momento finale, ma come descritto nel paragrafo 4 e come mostrato alla voce "allenamento", è stata costantemente presente nel lavoro a casa e in aula, attraverso i differenti dispositivi di valutazione formativa adottati.

Le ultime due "fasi", perciò, più che collocarsi in un momento cronologicamente preciso, hanno attraversato l'intero percorso formativo, sebbene i loro nomi tendano anche a richiamare le mosse di apertura e di chiusura di un percorso di apprendimento.

6. Riflessioni critiche sull'esperienza di progettazione

Nell'esperienza che è stata presentata si è scelto di adottare la progettazione a ritroso come cornice entro cui strutturare un percorso didattico con un approccio flipped classroom orientato verso lo sviluppo di competenze.

Molte sono state le nuove sfide che la docente del corso ha dovuto cogliere per realizzare una progettazione a ritroso dell'itinerario, che è stata inizialmente percepita complessa da es-

sere implementata. Prima tra tutte, l'individuazione a priori di un unico traguardo di competenza focus, che fosse in linea con il profilo atteso in uscita dalla formazione Bachelor e con le proprie convinzioni su ciò che risulta importante per gli studenti per la loro futura professione, e al tempo stesso potesse orientare gli scopi della docente durante l'intero percorso didattico. Anche l'anticipazione delle questioni valutative alla strutturazione operativa del percorso didattico ha richiesto un faticoso cambio di mentalità, impegnando la docente in un design didattico che prevedesse a priori una chiara idea della meta da raggiungere.

Tali sforzi sono stati però ripagati, in fase di attuazione del percorso. Innanzitutto, una *maggiore consapevolezza progettuale* ha guidato, anche a livello pratico, gli interventi didattici verso lo sviluppo di un traguardo di competenza ben identificato. Inoltre, l'introduzione di strumenti di valutazione formativa in itinere più strutturati, come i quiz individuali, la riflessione auto-valutativa o la rubrica di valutazione tra pari, ha dato possibilità di monitorare con maggiore accuratezza gli apprendimenti e, tenendo conto dei diversi sguardi coinvolti (*cosa so fare, come mi vedo, come mi vedono*), ha permesso di mettere sempre di più al centro dell'attenzione le esigenze degli allievi.

Una considerazione emersa da parte della docente durante il bilancio del progetto è che spesso si gestiscono i corsi per diversi anni spendendo molte energie, ma senza profondità progettuale, rischiando così di perdere l'occasione di massimizzarne l'efficacia. L'intero percorso formativo e i risultati della valutazione finale dimostrano infatti, nella maggior parte dei casi, che gli allievi hanno mobilitato con entusiasmo, consapevolezza e in maniera adeguata la competenza focus. Ne sono una testimonianza le significative risposte fornite nella valutazione dell'intero corso (ad esempio, "Le sfide proposte in classe hanno aiutato a creare lo spirito adeguato. I "giochini" proposti hanno aiutato a tenere l'attenzione sul focus e ci hanno consentito di esercitarci. Ho apprezzato molto anche il libro di riferimento") o durante la riflessione auto-valutativa (Allegato 6), e le centrate argomentazioni date alle domande aperte della prova d'esame che, se confrontate globalmente con quelle fornite in occasione delle prove analoghe degli anni precedenti, testimoniano un miglioramento nell'apprendimento che sembrerebbe merito di questo tipo di impostazione didattica del corso.

Più in generale, i risultati del progetto FliSCo hanno dimostrato come la progettazione a ritroso sia stata ben accolta come *impianto progettuale adeguato a implementare un approccio flipped classroom* per lo sviluppo di competenze nei propri corsi da parte dei diversi docenti coinvolti nella sperimentazione (Sbaragli, Carotenuto & Castelli, 2017). Infatti, tale tipo di progettazione pone al centro dell'attenzione le competenze che si intendono sviluppare, così come avviene per le diverse interpretazioni di flipped classroom attualmente considerate dal dibattito internazionale che fanno anch'esse riferimento a una costruzione attiva dell'apprendimento da parte degli studenti al fine, appunto, di favorire lo sviluppo di competenze.

Inoltre, nel particolare contesto formativo della didattica disciplinare all'interno della formazione insegnanti, i filtri proposti in (Wiggins & McTighe, 2004a) risultano uno strumento di grande utilità per determinare ciò che merita di essere compreso in profondità all'interno della sempre più vasta gamma di tematiche rientranti in una disciplina, al fine di raggiungere un necessario *equilibrio tra ampiezza e profondità della comprensione*. Un rischio a cui i disciplinari che operano in questo contesto sono esposti è, infatti, la tentazione di affrontare diversi

argomenti considerati importanti per gli esperti della disciplina, ma che poco rispondono ai reali bisogni formativi dei futuri docenti. Eppure, affrontare contenuti non facilmente riconducibili al nucleo centrale della materia, o con un basso potenziale di coinvolgimento e spendibilità, non motiva certamente gli studenti ad assumersi la responsabilità di perseguire una comprensione profonda della disciplina che possa successivamente trasformarsi in competenze di insegnamento. Tale pericolo non andrebbe sottovalutato soprattutto nell'ambito della didattica della matematica nel particolare contesto formativo della formazione primaria, in cui gli studenti in entrata dimostrano molto di frequente un atteggiamento negativo nei confronti dello studio della matematica. Diversi studi documentano infatti la grande diffusione del problema delle emozioni negative verso la matematica dei docenti della scuola primaria fin dall'inizio della loro formazione (Di Martino & Sabena, 2011) e come queste possano interferire con la loro crescita professionale (Hannula, Liljedahl, Kaasila & Rösken, 2007).

7. Bibliografia

- Bergmann, A., & Sams, J. (2012). *Flip your Classroom: Reach every Student in every Class every Day*. New York: Intl Society for Technology.
- Campolucci, L., Maori, D., Fandiño Pinilla, M. I., & Sbaragli, S. (2006). Cambi di convinzione sulla pratica didattica concernente le frazioni. *La matematica e la sua didattica*, 3, 353-400.
- Castoldi, M. (2011). *Progettare per competenze*. Roma: Carocci.
- Castoldi, M. (2016). *Valutare e certificare le competenze*. Roma: Carocci.
- Castoldi, M. (2017). *Costruire unità di apprendimento*. Roma: Carocci.
- Cecchinato, G., & Papa, R. (2016). *Flipped Classroom: un nuovo modo di insegnare e apprendere*. Novara: De Agostini.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de los didáctico. *Recherches en Didáctique des Mathématiques*, 19(2), 221–266.
- D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Marazzani, I., & Sbaragli, S. (2008). *La didattica e le difficoltà in matematica*. Trento: Erickson.
- D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M.I., & Sbaragli, S. (2017). Sulla natura degli oggetti matematici, in relazione con la didattica della matematica. *La matematica e la sua didattica*, 25, 2, 117–161.
- D'Aprile, M., Squillace, A., Armentano, P., Cozza, P., D'Alessandro, R., Lazzaro, C., Rossi, G., Scarnati, A. L., Scarpino, G., Servi, G., & Sicilia, R. (2004). Dillo con parole tue. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 27 B (1), 31-51.
- DECS (2015). *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese*. Disponibile in <http://www.pianodistudio.ch/> (consultato il 27.09.2017).
- Di Martino, P., & Sabena, C. (2011). Elementary pre-service teachers' emotions: shadows from the past to the future. In K. Kislenko (Ed.). *Current state of research on mathematical beliefs XVI* (pp. 89-105). Tallinn: Tallinn University.

Duval R. (1993). Registres de Représentations sémiotiques et Fonctionnement cognitif de la Pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37-65.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. In *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131.

Fandiño Pinilla, M. I., & Sbaragli, S. (2011). *Matematica di base per insegnare nella scuola primaria*. Bologna: Pitagora.

Ferrari, P. L. (2004). *Matematica e linguaggio. Quadro teorico e idee per la didattica*. Bologna: Pitagora.

Franchini, E., Salvisberg, M., & Sbaragli, S. (2016). *Riflessioni sulla valutazione formativa tramite l'uso di video. Linee guida per formatori*. Locarno: SUPSI – Dipartimento formazione e apprendimento.

Hannula, M., Liljedahl, P., Kaasila, R., & Rösken, B. (2007). Researching relief of mathematics anxiety among pre-service elementary school teachers. In J. Woo, H. Lew, K. Park & D. Seo (Eds.), *Proc. of 31st PME Conference* (Vol. 1, pp. 153-156), Seoul, Korea.

Lebrun, M. (2016). La classe inversée au confluent de différentes tendances dans un contexte mouvant. In A. Dumont & D. Berthiaume (Eds.), *La pédagogie inversée*, pp. 13-39. Louvain-la-Neuve: De Boeck.

Martini, B., & Sbaragli, S. (2005). *Insegnare e apprendere la Matematica*. Napoli: Tecnodid Editrice.

MIUR (2012). *Indicazioni Nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. Disponibile in http://www.indicazioninazionali.it/documenti_Indicazioni_nazionali/indicazioni_nazionali_infanzia_primo_ciclo.pdf (consultato il 27.09.2017).

Radorf, L., & Demers, S. (2006). *Comunicazione e apprendimento. Riferimenti concettuali e pratici per le ore di matematica*. Bologna: Pitagora.

Sbaragli, S. (2017). Convinzioni di allievi e docenti sul concetto di altezza di poligoni. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, A-B (40), pp. 227-248.

Sbaragli, S., & Mammarella, I. C. (2010). L'apprendimento della geometria. In D. Lucangeli & I. C. Mammarella (Eds.), *Psicologia della cognizione numerica. Approcci teorici, valutazione e intervento*, pp. 107-135. Milano: FrancoAngeli.

Sbaragli, S., Carotenuto, G., & Castelli, L. (Eds.). (2017). *Flipped classroom come approccio per lo sviluppo di competenze. Rapporto interdipartimentale dell'Asse 8*. Disponibile in www.supsi.ch/go/rapporto-flisco (consultato il 22.10.2017).

Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 13-57.

Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77.

Tyler, R. W. (1949). *Basic Principles of Curriculum and Instruction*. Chicago: The University of Chicago.

Vygotskij, L. S. (1990). *Pensiero e linguaggio*. Bari: Laterza.

Wiggins, G., & McTighe, J. (2004a). *Fare progettazione. La teoria di un percorso didattico per la comprensione significativa*. Roma: LAS.

Allegato 2

Alcune immagini tratte dal quiz online proposto tramite la piattaforma *iCorsi*.

The image displays a series of eight question cards from an online quiz. Each card contains a question, a response status, a maximum score, and interactive options like 'Contrassegna domanda' and 'Modifica domanda'. The questions are as follows:

- Domanda 1:** I deltoidi sono casi particolari di rombi? Scegli una risposta: Vero, Falso.
- Domanda 2:** Motiva la tua risposta. (Includes a rich text editor toolbar).
- Domanda 3:** Un quadrilatero con le diagonali perpendicolari è: Scegli una o più alternative: a. necessariamente un rombo, b. necessariamente un deltoide, c. nessuna delle precedenti.
- Domanda 4:** Motiva la tua risposta. (Includes a rich text editor toolbar).
- Domanda 5:** Esistono parallelogrammi che sono anche deltoidi? Scegli una risposta: Vero, Falso.
- Domanda 6:** Motiva la tua risposta. (Includes a rich text editor toolbar).
- Domanda 7:** Un quadrato è un deltoide? Scegli una risposta: Vero, Falso.
- Domanda 8:** Se hai risposto no alla domanda precedente, motiva la tua risposta. Altrimenti, prova a definire il quadrato attraverso il concetto di deltoide. (Includes a rich text editor toolbar).

Allegato 3

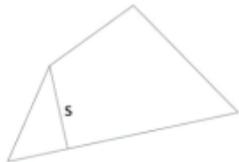
Quiz proposto attraverso lo strumento *web Socrative*.



Domande di verifica - lezione 02.12. Score: _____

1. Nell'immagine a lato sono rappresentati un quadrilatero e un segmento. Il segmento s può rappresentare un'altezza del quadrilatero?

A True
 B False



2. Tra le seguenti combinazioni quali sono quelle possibili?

A triangolo rettangolo isoscele
 B triangolo ottusangolo equilatero
 C triangolo ottusangolo isoscele
 D triangolo equiangolo scaleno
 E triangolo acutangolo equilatero

3. L'insegnante chiede ai suoi allievi "che cos'è l'altezza di un poligono?". Tra le seguenti risposte fornite dagli allievi qual è quella corretta?

A Alice: "L'altezza è un segmento verticale e perpendicolare con estremi un vertice del poligono e un punto su un lato opposto a questo vertice".
 B Chiara: "L'altezza è un segmento".
 C Simone: "L'altezza rispetto ad un lato è la distanza massima dei punti della figura rispetto alla retta che contiene il lato".
 D Roberto: "L'altezza corrisponde alla distanza dei vertici del poligono rispetto alla rette contenenti i lati opposti a questi vertici".

4. Un rettangolo è anche un trapezio rettangolo?

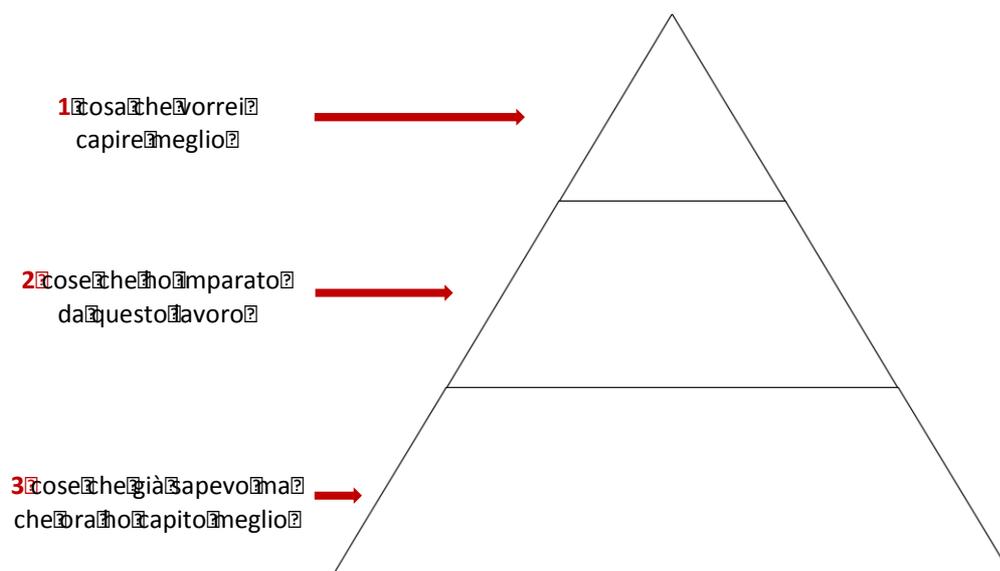
A True
 B False

Allegato 4

Prima pagina della scheda di riflessione auto-valutativa.

Autovalutazione - Percorso di Geometria piana in modalità Flipped Classroom

Ti proponiamo una riflessione sul tuo apprendimento riguardante tutto il percorso di Geometria piana che è stato svolto in modalità Flipped Classroom con lo scopo di offrirti un'occasione di prendere consapevolezza rispetto al proprio apprendimento.



☐
☐
☐

Allegato 5

Rubrica di valutazione tra pari

Cruciverba matematico Valutazione tra pari

Criteria	1 punto	2 punti	3 punti
Tipi di linguaggio utilizzati	Utilizza prevalentemente linguaggio quotidiano	Utilizza in egual misura linguaggio quotidiano e quello matematico	Utilizza prevalentemente linguaggio matematico
Correttezza delle definizioni rispetto ai concetti matematici	Coinvolge frequentemente proprietà che non appartengono ai concetti matematici a definire	Coinvolge raramente proprietà che non appartengono ai concetti matematici a definire	Coinvolge esclusivamente proprietà che appartengono ai concetti matematici a definire
Adeguatezza delle definizioni	Fornisce frequentemente proprietà che non sono sufficienti o che sono sovrabbondanti per definire	Fornisce raramente proprietà che non sono sufficienti o che sono sovrabbondanti per definire	Fornisce esclusivamente proprietà che sono sufficienti e non sono sovrabbondanti per definire
Efficacia comunicativa	Comunica in maniera poco efficace rispetto agli interlocutori e in violazione del compito	Comunica in maniera abbastanza efficace rispetto agli interlocutori e in violazione del compito	Comunica in maniera molto efficace rispetto agli interlocutori e in violazione del compito
Completezza del lavoro	Il lavoro risulta decisamente incompleto	Il lavoro risulta parzialmente completo	Il lavoro risulta completo in ogni sua parte
Punteggio totale:			

SUPSI DFA

Modulo: Matematica

Allegato 6

Risposte di uno studente fornite alle domande di riflessione auto-valutativa.

1 cosa che vorrei capire meglio:

Per quanto riguarda l'aspetto teorico mi sembra di aver capito in maniera adeguata i vari concetti, magari si potrebbe approfondire e sviluppare con varie modalità l'ambito didattico.

2 cose che ho imparato da questo lavoro:

Questo lavoro mi ha permesso di approfondire e visionare maggiormente nel dettaglio le mie conoscenze.

3 cose che già sapevo ma che ora ho capito meglio:

Queste proposte mi sono servite per rinfrescare la memoria e tradurre queste competenze in un linguaggio adatto ai bambini delle scuole elementari.

Received October 23, 2017
Revision received November 11, 2017/December 28, 2017
Accepted January 8, 2018